**Домашнее задание №7**

**№1.** Число заявок в одноканальной СМО описывается процессом размножения и гибели с параметрами и .

а) При каких значениях и будет выполняться достаточное условие эргодичности?

б) Найдите коэффициент загрузки мощностей.

в) Выпишите распределение числа заявок в стационарном режиме.

г) Выпишите среднее число заявок в системе и среднюю длину очереди.

д) Придумайте ситуацию, для которой такая модель представляется разумной.

**№2.** Получите выражение для *средней длины непустой очереди* в системе *M*/*M*/1 с интенсивностью входящего потока λ и интенсивностью обслуживания μ.

*Памятка.* Условное математическое ожидание дискретной случайной величины при условии случайного события : . Если принимает неотрицательные целые значения, то условное математическое ожидание может получено по формуле

**№3.** Днём Дмитрий Александрович преподаёт теорию вероятностей в университете, а по вечерам подрабатывает барменом. Заказы в баре поступают пуассоновским потоком, в среднем 12 заказов в час. Время исполнения заказа экспоненциально распределено со средним 2 минуты. Всё свободное от исполнения заказов время Дмитрий Александрович посвящает проверке студенческих работ, которые всегда под рукой, так что простаивать Дмитрию Александровичу не приходится. Среднее время проверки одной работы — 4 минуты.

а) В случайный момент в бар заходит посетитель и собирается заказать пиво. С какой вероятностью ему придётся ждать в очереди, прежде чем сделать заказ?

б) Сколько в среднем работ Дмитрий Александрович успевает проверить в баре за час?

в) Какова средняя длина очереди у барной стойки?

**№4** (*M*/*M*/1/3)**.** A service system has a single server and capacity for three customers. If the system is busy, then the probability that a customer will be served in Δ units of time is , where is the service rate. If there are less than three customers in the system, then the probability that another customer will enter in Δ units of time is , where is the arrival rate. Otherwise, new customers do not enter the system.

1. Write down a transition rate matrix for the number of customers in the system.
2. Write down the corresponding Kolmogorov equations.
3. Find the steady-state probabilities.
4. Find the mean number in system and the mean queue length.
5. A customer arrives and finds the system idle. What is the expectation of time he/she spends in the system?
6. A customer arrives and finds that there already two customers in the system. What is the expectation of time he/she spends in the system (it includes the waiting time and the service time)?
7. What is the mean time a customer spends in the system?